[Importante: Cite os resultados que você utilizar na resolução dos exercícios!]

Exercício 1. Seja f uma função analítica a qual possui somente singularidades isoladas , mas nenhuma delas sobre o eixo Re, e que satisfaz $|f(z)| \leq M|z|^{-k}$, $k > 1$, para todo z com módulo suficientemente grande e $\mathrm{Im}\, z > 0$. Então,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, dx = 2\pi i\, [\text{soma resíduos de } f(x) \text{ nas singularidades contidas no semiplano } \mathrm{Im}\, z > 0]\,.$$

Exercício 2. Calcule as integrais:

(a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x}{x^4 + x^2 + 1}\, dx$;

(b) $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{1}{(\beta + \cos(t))}\, dt$, $\beta > 1$;

(c) $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{\cos(t)}{2 + \cos(t)}\, dt$;

(d) $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{\cos(t)}{\frac{5}{4} + \mathrm{sen}(t)}\, dt$.

Exercício 3. Seja $\eta \in \mathbb{C}$ com $|\eta| > e$. Mostre que a equação $e^z = \eta z$ tem exatamente uma solução em $\mathcal{M} = \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}\, z < 1\}$.

Exercício 4. (a) Usando o Teorema de Rouché, prove: Se $P\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ é um polinômio de grau n, então $P(z)$ tem precisamente n zeros, contados com multiplicidade.

(b) Mostre que os zeros de $g(z) = z^5 + 3z + 14$ estão no interior do disco $|z| < 2$.