[Importante: Cite os resultados que você utilizar na resolução dos exercícios!]

Exercício 1. Suponha que φ e ψ possuam derivadas de todas as ordens. Mostre os itens abaixo.

(i) Se $H(x) = \varphi(x)\psi(x)$, então $H''(x) = \varphi''(x)\psi(x) + 2\varphi'(x)\psi'(x) + \varphi(x)\psi''(x)$.

(ii) Encontre expressões similares para $H'''(x)$ e $H^{(4)}(x)$.

(iii) Pense em como seria a fórmula para $H^{(n)}(x)$, com $n \in \mathbb{N}$.

Exercício 2. Seja $\psi\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função diferenciável tal que $\psi(2) = 2 = \psi'(2)$.

(i) Considere $\varphi(x) = (\psi \circ \psi \circ \psi)(x)$. Calcule $\varphi'(2)$.

(ii) Determine a reta tangente ao gráfico de φ no ponto $(2, 2)$.

Exercício 3. Seja $H\colon I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função derivável, com I um intervalo aberto contendo $x = -1$. Além disso, suponha que a seguinte igualdade seja verdade:

$$[H(x)]^3 - [H(x)]^2 + xH(x) = 2, \text{ para todo } x \in I.$$

Isso posto, encontre o valor $H(-1)$ e a equação da reta tangente ao gráfico de H no ponto $P = (-1, H(-1))$.

Exercício 4. Utilizando derivação implícita, calcule a derivada y' nas expressões abaixo.

(i) $y + xe^y = x^2y$;

(ii) $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y} = 1$;

(iii) $xy^3 - x^5y^2 = 4$;

(iv) $x^{2023} + y^{2022} + 10xy + 2021 = 0$;

(v) $2(x^2 + y^2)^2 = x^2y^2$;

(vi) $x^2 + y^2 = 4$, com $y > 0$;

(vii) $xy^2 + y + x = 1$;

(viii) $5y + \cos(y) = xy$.

Exercício 5. Determine a equação da reta tangente ao gráfico das funções abaixo nos pontos indicados.

(i) $x^2 + xy + y^2 - 3y = 10$ em $(2, 3)$;

(ii) $y^2 + x^2 = y^4 - 2x$ em $(-2, 1)$;

(iii) $x^3 - y^3 + 5xy = 11$ em $(2, 3)$;

(iv) $y = -x^4 + 2x^2 + x$ em $(1, 2)$.

Exercício 6. Calcule a derivada das funções abaixo.

(i) $f(x) = \operatorname{tg}\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right) - \sqrt{3\pi + 7}$;

(ii) $g(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x^2}\cos(x)}{(x^4 + \operatorname{tg}^2(x) + 1)^2}$;

(iii) $h(x) = \sec(\operatorname{tg}(x))$;

(iv) $\varphi(x) = \operatorname{cotg}(3x^2 + 5)$;

(v) $\psi(x) = \arcsin(\sqrt{2x - 1})$;

(vi) $F(x) = \dfrac{\operatorname{tg}(x)}{\cos(x) - 4x}$.