[Importante: Cite os resultados que você utilizar na resolução dos exercícios!]

Exercício 1. Encontre polinômio de Taylor de ordem 8 da função $\cos(x)$, centrado em 0. Utilizando um software, plote o gráfico de $\cos(x)$ juntamente com os gráfico dos polinômios de Taylor de ordem $2, 4, 6$ e 8. Considerando o retângulo $[-5, 5] \times [-1.4, 1.4]$, observe o quão acurado foi cada aproximação pelos polinômios mencionados acima.

Exercício 2. Encontre polinômio de Taylor de ordem 8 da função $\operatorname{sen}(x)$, centrado em 0. Utilizando um software, plote o gráfico de $\operatorname{sen}(x)$ juntamente com os gráfico dos polinômios de Taylor de ordem $1, 3, 5$ e 7. Considerando o retângulo $[-5, 5] \times [-1.4, 1.4]$, observe o quão acurado foi cada aproximação pelos polinômios mencionados acima.

Exercício 3. Verifique as desigualdades abaixo.

(i) $|\operatorname{sen}(x) - x| \leq \dfrac{|x^3|}{3!}, x \in \mathbb{R}$;

(ii) $0 \leq e^x - \left(1 + x + \dfrac{x^2}{2}\right) \leq \dfrac{x^3}{2}$, para todo $x \in [0, 1]$.

Exercício 4. Calcule um valor aproximado para $\ln(1,003)$ e estime o erro. Faça os cálculos usando o polinômio de Taylor de ordem 1, e depois o polinômio de Taylor de ordem 2.

Exercício 5. Calcule os polinômios de Taylor de ordem 1 e 2 das funções abaixo em torno dos respectivos pontos.

(i) $f(x) = \dfrac{1}{1+x}$, $x_0 = 0$;

(ii) $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $x_0 = 8$;

(iii) $f(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$, $x_0 = 0$;

(iv) $f(x) = \ln(1 + x)$, $x_0 = 0$.

Exercício 6. Utilize polinômios de Taylor de ordem 1, calcule um valor aproximado e avalie o erro cometido. Refaça suas contas utilizando polinômio de Taylor de ordem 2, e depois compare o erro cometido quando usamos os polinômios de Taylor de ordem 1 e 2 para aproximar valores de funções.

(i) $\operatorname{sen}(0,1)$;

(ii) $\cos(0,2)$;

(iii) $\sqrt[5]{32,002}$;

(iv) $\ln(0,99)$.

Exercício 7. Discorra sobre a vantagem de se utilizar os polinômios de Taylor para aproximar determinadas funções em torno de pontos convenientes. Ainda, fale sobre o que acontece com o erro cometido conforme se aumenta o grau do polinômio que estamos utilizando para aproximar determinada função.