[Importante: Cite os resultados que você utilizar na resolução dos exercícios!]

Exercício 1. Resolva os itens abaixo envolvendo função.

(i) Considere g uma função tal que $g(x+1) = \dfrac{x-1}{\pi - x}$. Encontre uma expressão para $g(x)$ e escreva o domínio de g.

(ii) Determine o domínio das funções $f(x) = \sqrt{x+5}$, $h(x) = \sqrt{-x}$ e $\psi(x) = \sqrt{8x^3 - 4x^2 - 2x + 1}$.

(iii) Considere $\varphi(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$. Verifique os seguintes subitens:

- $\varphi(x)$ não é uma função par, nem uma função ímpar.
- $\varphi(x)$ pode ser escrita como a soma de uma função par com uma função ímpar.

(iv) Considerando $f(x) = 2x$ e $g(x) = x^2 + 1$. Determine a composição $f \circ g$ e $g \circ f$.

(v) Considere f e g funções arbitrárias. A existência de $g \circ f$ garante a existência de $f \circ g$?

Exercício 2. Considere a expressão abaixo

$$\frac{3^{12} - 2^{12}}{(3^6 + 2^6)(3^3 + 2^3)}.$$

O resultado da expressão acima é dado por um número da forma xy com $y > x$. Encontre o valor de $y - x$.

Exercício 3. Resolva as inequações modulares abaixo. No final de cada resolução, informe o conjunto solução.

(i) $\left|\dfrac{x+2}{2x-3}\right| < 4$;

(ii) $|x+1| + |x| \leq 2$.

Exercício 4. Calcule os limites abaixo.

(i) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{4x^3 + 2x^2 - 6}{8x^3 + x + 2}$;

(ii) $\lim\limits_{x \to 0^+} x^5 \cos\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$;

(iii) $\lim\limits_{x \to \pi^+} \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{x - \pi}$;

(iv) $\lim\limits_{x \to -3} \sqrt{\dfrac{x^2 - 9}{2x^2 + 7x + 3}}$;

(v) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{5x^2 - 7x + 10}{3x^3 + 4}$;

(vi) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\sqrt[3]{x^3 + 2x - 1}}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$;

(vii) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^x$;

(viii) $\lim\limits_{x \to +\infty} (\log(x+1) - \log(x))$;

(ix) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\frac{1}{x} - \frac{1}{2}}{x^2 - 4}$;

(x) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{2x+7} - 3}{(x^2 - 1)}$.

Exercício 5. Encontre as assíntotas com relação aos gráficos das funções abaixo. Utilize um software para visualizar tais assíntotas.

(i) $f(x) = \dfrac{2e^x}{e^x - 5}$;

(ii) $h(x) = \sqrt{\dfrac{x^2+9}{x^2-9}}$.

Exercício 6. Verifique a continuidade das funções abaixo.

(i) $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) \;=\; \begin{cases} -\frac{6x-3}{x-2}, & x \geq 1 \\ 4x - 1, & x < 1 \end{cases} \quad , \text{ em } x \;=\; 1.$$

(ii) g de domínio real dada por

$$g(x) \;=\; \begin{cases} -\frac{2^x-1}{x}, & x < 0 \\ \cos(x) + 1, & x \geq 0 \end{cases} \quad , \text{ em } x \;=\; 0.$$

Exercício 7. Verifique os limites abaixo.

(i) $\lim\limits_{x\to 0} x^4 \cos\left(\frac{2}{x}\right) = 0$;

(ii) $\lim\limits_{x\to 0^+} \sqrt{x} \cdot e^{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{x}\right)} = 0$.

Exercício 8. Considere φ e ψ funções a valores reais, tal que $\psi = \varphi^{-1}$. Calcule $e^{\psi\left(\frac{1}{2}\right)}$, sabendo que a função φ é dada por

$$\varphi(x) \;=\; \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}.$$

Exercício 9. Considere $x, y \neq 0$ satisfazendo a relação $x + y \neq 0$. Além disso, suponha que

$$y \cdot \sin^4(\theta) + x \cdot \cos^4(\theta) \;=\; \frac{xy}{x+y}.$$

Encontre um valor para a expressão

$$\frac{y^3 \cdot \operatorname{sen}^8(\theta) + x^3 \cdot \cos^8(\theta)}{x^3 y^3}$$

em função de x e y.

Exercício 10. Considere h uma função a valores reais, e suponha que

$$\lim_{x\to 0} \frac{h(x)}{x} \;=\; \eta.$$

Sendo assim, calcule o limite

$$\lim_{x\to 1} \frac{h(x^2-1)}{x-1}$$

em termos de η.