Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - Campus Rio Claro

1ª Avaliação: Cálculo Diferencial e Integral I

Prof: Lucas Ozaki 24/04/2023

Curso: Física (Bacharelado/Licenciatura)

Nome: _____

| Questões | Valores | Notas |
|---|---|---|
| 1 | 0,5 | |
| 2 | 1,0 | |
| 3 | 3,5 | |
| 4 | 1,5 | |
| 5 | 1,0 | |
| 6 | 2,0 | |
| 7 | 0,5 | |
| Bônus | 1,5 | |
| Total | 11,5 | |

---

**Avisos: Respostas sem justificativas serão desconsideradas (justifiquem TODAS as passagens na resolução de vocês!). Caso o(a) aluno(a) possua algum material de consulta, o mesmo receberá nota ZERO na avaliação, e não terá direito de realizar outra prova! Além disso, NÃO é permitido o uso de calculadora. Por fim, as contas presentes na folha de rascunho NÃO serão consideradas!**

**Importante: Cite os resultados que você utilizar na resolução dos exercícios.**

---

**Escolha "UMA" das questões abaixo para ser sua questão 1!**

**Questão 1** (0,5 ponto). *Considere* $f$ *e* $g$ *funções reais dadas por*

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ 1-x, & x \geq 0 \end{cases} \qquad e \qquad g(x) = \begin{cases} 1+x, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

*Determine uma expressão para* $(g \circ f)(x)$*, e faça um esboço do gráfico de* $(g \circ f)(x)$*.*

**[Questão do estudo dirigido e feita em sala]**

**Questão 1** (0,5 ponto). *Resolva, em* $\mathbb{R}$*, a inequação modular abaixo e escreva o conjunto solução ao final.*

$$|x+1| + |x-1| \leq 4.$$

**[Questão do estudo dirigido]**

**Questão 2** (1,0 ponto). *Suponha que* $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x} = 1$*. Calcule* $\lim_{x\to 1} \frac{f(x^2-1)}{x-1}$*.*

**[Questão do estudo dirigido e lista extra (feita em sala)]**

**Questão 3** (3,5 ponto). *Calcule, caso existam, os limites abaixo:*

*(a) (0,5 ponto)* $\lim\limits_{x\to\pi^+} \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{x-\pi}$;

*(b) (1,0 ponto)* $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{2x^3+9x^2+12x+4}{-x^3-2x^2+4x+8}$;

*(c) (1,5 ponto)* $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{5x+7x^2\operatorname{sen}\left(\dfrac{1}{x}\right)}{3x+\operatorname{sen}(x)}$.

**[Questão do estudo dirigido e lista extra (feita em sala)]**

**Questão 4** (1,5 ponto). *Sejam* $\beta$ *uma constante, e* $F$ *uma função dada por*

$$F(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{5}}{\sqrt{x+5}-\sqrt{10}}, & x \neq 5 \\ \beta, & x = 5 \end{cases}.$$

*Determine* $\beta$ *para que a função* $F$ *seja contínua em* $x = 5$.

**[Questão do estudo dirigido]**

**Escolha "UMA" das questões abaixo para ser sua questão 5!**

**Questão 5** (1,0 ponto). *Verifique os itens abaixo.*

*(i) (0,5 ponto) Exiba um exemplo que ilustre a seguinte situação: "*$\lim\limits_{x\to p}[\varphi(x)+\psi(x)]$ *pode existir, mesmo que* $\lim\limits_{x\to p}\varphi(x)$ *e* $\lim\limits_{x\to p}\psi(x)$ *não existam".*

*(ii) (0,5 ponto) Seguindo a mesma ideia do item anterior, verifique que "*$\lim\limits_{x\to p}[\varphi(x)\cdot\psi(x)]$ *pode existir, mesmo que* $\lim\limits_{x\to p}\varphi(x)$ *e* $\lim\limits_{x\to p}\psi(x)$ *não existam".*

**[Questão do estudo dirigido]**

**Questão 5** (1,0 ponto). *Considere uma função* $\varphi$ *definida e tomando valores em* $\mathbb{R}$, *tal que* $x\operatorname{sen}(x)+1 \leq \varphi(x) \leq x^2+1$, *para todo* $x \in \mathbb{R}$. *Isso posto, verifique se as afirmações abaixo são verdadeiras. Prove-as ou forneça um contra-exemplo.*

*(i) (0,25 ponto)* $\varphi(0) = 1$;

*(ii) (0,5 ponto)* $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\varphi(x)-1}{x^2} = 1$;

*(iii) (0,25 ponto)* $\varphi$ *é contínua em* $x = 0$.

[Questão do estudo dirigido]

**Questão 6** (2,0 ponto). *Encontre as assíntotas verticais e horizontais com relação ao gráfico da função abaixo*

$$h(x) = \frac{1}{(x-1)^2}.$$

[Questão do estudo dirigido]

**Questão 7** (0,5 ponto). *Mostre utilizando a definição em termos de* $\varepsilon, \delta$, *que* $\lim_{x \to 2} 3x - 5 = 1$.

[Questão do estudo dirigido (feita em sala)]

---

**Questão Bônus** (1,5 ponto). *Um monge tibetano deixa o monastério às* $7:00$ *A.M e começa sua caminhada usual até o topo de uma montanha, atingindo o topo às* $7:00$ *P.M. Na manhã seguinte, ele começa a caminhada de volta pelo mesmo caminho, partindo do topo da montanha às* $7:00$ *A.M e chegando ao monastério às* $7:00$ *P.M. Considerando que a caminhada nos dois dias foi feita sob as mesmas condições e sem interrupções, mostre que existe um ponto nesse caminho pelo qual o monge irá passar exatamente na mesma hora nos dois dias, ou seja, o monge irá passar por esse ponto na mesma hora nos dois dias de caminhada.*

**[Observação: Utilize argumentos vistos no curso de Cálculo I.]**
[Questão da lista 7]

# Boa Prova!