**[Importante: Cite os resultados que você utilizar na resolução dos exercícios!]**

**Exercício 1.** Resolva as inequações modulares abaixo. Ao final de cada resolução, escreva o conjunto solução.

(i) $\left|\dfrac{3x+15}{5x-10}\right| < 2$;

(ii) $|x| - |x-2| < x$;

(iii) $|x+1| + |x-1| \leq 4$.

**Exercício 2.** Resolva os itens abaixo.

(i) Escreva a definição de função inversa e função composta.

(ii) Dada uma função composta $(g \circ f)$, qual a expressão para $(g \circ f)^{-1}$?

(iii) Considere $f$ e $g$ funções reais dadas por

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ 1-x, & x \geq 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x) = \begin{cases} 1+x, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

Determine uma expressão para $(g \circ f)(x)$.

**Exercício 3.** Mostre utilizando a definição em termos de $\varepsilon, \delta$ os limites abaixo.

(i) $\lim\limits_{x\to 2} 3x - 5 = 1$;

(ii) $\lim\limits_{x\to 4} x^2 = 16$.

**Exercício 4.** Calcule, caso existam, os limites abaixo.

(i) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(\pi \cos^2(x))}{x^2}$;

(ii) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2 - x - 6}{x^3 - 3x^2 + x - 3}$;

(iii) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x\cos(x) + \operatorname{sen}(x)\cos(x)}{\operatorname{sen}(x)\cos^2(x) + 2x}$;

(iv) $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x-1}{\sqrt{2x - x^2} - 1}$;

(v) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2e^x \operatorname{sen}(2x) - (x+1)e^x}{x-1}$;

(vi) $\lim\limits_{x\to \frac{3}{2}} \dfrac{|2x-3|}{2x-3}$;

(vii) $\lim\limits_{x\to -\infty} \operatorname{sen}(x^2)e^x$;

(viii) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x\sqrt{x^2-1}}{2+x^2}$;

(ix) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{\operatorname{sen}(2x - \pi)}$;

(x) $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{\sqrt{x^2-1} + \sqrt{x} - 1}{\sqrt{x-1}}$;

(xi) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^4 + x^2}}{x}$;

(xii) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x - \operatorname{sen}(x)}{x + \operatorname{sen}(x)}$;

(xiii) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{2x^3 + 9x^2 + 12x + 4}{-x^3 - 2x^2 + 4x + 8}$;

(xiv) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}^3(x)\operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$.

**Exercício 5.** Verifique se as funções abaixo são contínuas nos respectivos pontos.

(i) $f$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x > 2 \\ 3, & x = 2 \\ \dfrac{x^2-x-2}{x-2}, & x < 2 \end{cases}, \quad \text{em } x = 2;$$

(ii) $h$ dada por

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-x-2}{x-2}, & x < 2 \\ x^2+3x, & x \geq 2 \end{cases}, \quad \text{em } x = 2;$$

(iii) $\psi$ dada por

$$\psi(x) = \begin{cases} \dfrac{x-|x|}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}, \quad \text{em } x = 0.$$

**Exercício 6.** Resolva os itens abaixo.

(i) Sejam $\zeta$ uma constante, e $\tau$ uma função dada por

$$\tau(x) = \begin{cases} x^2+\zeta x, & x \leq 1 \\ \zeta^2 x^2 - 1, & x > 1 \end{cases}.$$

Determine os valores de $\zeta$ que tornam $\tau$ uma função contínua em $x = 1$.

(ii) Sejam $\beta$ uma constante, e $\mathfrak{X}$ uma função dada por

$$\mathfrak{X}(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{5}}{\sqrt{x+5}-\sqrt{10}}, & x \neq 5 \\ \beta, & x = 5 \end{cases}.$$

Determine $\beta$ para que a função $\mathfrak{X}$ seja contínua em $x = 5$.

(iii) Sejam $\alpha$ uma constante, e $g$ uma função dada por

$$g(x) = \begin{cases} x^4 \cos\left(\dfrac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ \alpha, & x = 0 \end{cases}.$$

Determine $\alpha$ para que a função $g$ seja contínua em $x = 0$.

(iv) Considere a seguinte função:

$$F(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x^8+x^4}}{x^2}, & x \neq 0 \\ L, & x = 0 \end{cases}.$$

Determine o valor de $L$ para que $F$ seja contínua em $x = 0$.

**Exercício 7.** Verifique os itens abaixo.

(i) Exiba um exemplo que ilustre a seguinte situação: "$\lim_{x\to p}[\varphi(x)+\psi(x)]$ pode existir, mesmo que $\lim_{x\to p}\varphi(x)$ e $\lim_{x\to p}\psi(x)$ não existam".

(ii) Seguindo a mesma ideia do item anterior, verifique que "$\lim_{x\to p}[\varphi(x)\cdot\psi(x)]$ pode existir, mesmo que $\lim_{x\to p}\varphi(x)$ e $\lim_{x\to p}\psi(x)$ não existam".

**Exercício 8.** Mostre o que se pede nos itens abaixo.

(i) Considere $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{4x}-2}{|x-2|}$. É possível definirmos um valor para $f(2)$ de modo que a função $f$ seja contínua em $\mathbb{R}$?

(ii) Determine $\lim_{x\to+\infty}\psi(x)$, sabendo que $\psi$ é contínua e que

$$\frac{5x-1}{x} \;<\; \psi(x) \;<\; \frac{5x^2+3x}{x^2-4}, \text{ para todo } x>2.$$

**Exercício 9.** Considere $G(x)$ uma função real tal que

$$G(x) \;=\; \frac{7-\sqrt[x]{16}}{1+\sqrt[x]{16}}.$$

Mostre que a função $G$ assume o valor $1$ no intervalo aberto $(2,4)$.

**Exercício 10.** Considere uma função $\varphi$ definida e tomando valores em $\mathbb{R}$, tal que ela seja limitada inferiormente por $x\,\mathrm{sen}(x)+1$ e limitada superiormente por $x^2+1$, para todo $x\in\mathbb{R}$. Isso posto, verifique se as afirmações abaixo são verdadeiras. Prove-as ou forneça um contra-exemplo.

(i) $\varphi(0)=1$;

(ii) $\lim_{x\to0}\dfrac{\varphi(x)-1}{x^2}=1$;

(iii) $\varphi$ é contínua em $x=0$.

**Exercício 11.** Resolva os itens abaixo.

(i) Suponha que $\lim_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x}=1$. Calcule $\lim_{x\to1}\dfrac{f(x^2-1)}{x-1}$.

(ii) Suponha que $\lim_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x}=1$. Calcule $\lim_{x\to0}\dfrac{f(3x)}{x}$.

(iii) Sejam $\varphi$ e $\psi$ funções definidas e tomando valores em $\mathbb{R}$, com $\varphi$ sendo uma função limitada. Verifique se os subitens abaixo são verdadeiros. Prove-os ou forneça um contra-exemplo.

(a) se $\lim_{x\to0}\psi(x)=0$, então $\lim_{x\to0}[\psi(x)\varphi^2(x)+\psi^2(x)\varphi(x)]=0$;

(b) se $\lim_{x\to0}\psi(x)=+\infty$, então $\lim_{x\to0}[\psi(x)\varphi(x)]=+\infty$.

**Exercício 12.** Ache as assíntotas verticais e horizontais com relação as funções abaixo. Utilize um software para visualizar tais assíntotas.

(i) $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x}{x^2 - 6x + 5}$;

(ii) $g(x) = \dfrac{|x - 1|}{x^2 - 1}$;

(iii) $h(x) = \dfrac{1}{(x - 1)^2}$.